



Progetto e verifica delle strutture

Questo modulo si riferisce al dimensionamento delle sezioni di componenti di strutture o di macchine

Solitamente si conoscono le dimensioni del telaio entro le quali il componente deve essere inserito (ad esempio la luce fra due appoggi, o la distanza fra i centri dei cuscinetti) e le forze che devono essere sopportate, sia come entità, sia come punto di applicazione.

Nel seguito si indica come effettuare il dimensionamento prendendo come esempi dei casi 'particolari'; la procedura dovrà essere adattata ai singoli casi.

Strutture soggette a carichi unidimensionali costanti

Si supponga di voler dimensionare una trave che deve sopportare principalmente un momento flettente.

Dimensionamento.

Si sceglie il tipo di sezione che deve essere adottata (ad esempio una trave ad I) e il materiale con cui costruire il componente. Si noti che nelle norme si trovano sia le caratteristiche delle sezioni dei profilati sia il materiale con cui è possibile reperirle.

Note le forze, i vincoli e la loro posizione, considerando semplicemente la linea d'asse si possono calcolare i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione.

Noto il valore massimo del diagramma di momento si calcola il modulo di resistenza (minimo) a flessione sulla base della tensione ammissibile σ_{amm} .

$$\sigma = \frac{M}{W_f} \Rightarrow W_{f, \min} = \frac{M_{\max}}{\sigma_{amm}}$$

La tensione ammissibile è il carico unitario di rottura diviso per un opportuno coefficiente di sicurezza (per il caso statico 1.5-4);

$$\sigma_{amm} = \frac{R_m}{CS}$$

Si sceglie la sezione facendo in modo che abbia un modulo di resistenza superiore a quello limite (per i profilati i moduli di resistenza si possono trovare su qualunque manuale).

Se avessimo scelto una sezione circolare il diametro risulta:

$$\sigma = \frac{32M}{\pi d^3} \Rightarrow d_{\min} = \sqrt[3]{\frac{32M_{\max}}{\pi \cdot \sigma_{amm}}}$$

Ovviamente il diametro finale dovrà essere scelto fra le dimensioni unificate (o quantomeno con numeri ragionevoli)

Se il componente a sezione circolare è soggetto a momenti su due piani vale ancora la procedura vista, sostituendo calcolando il momento complessivo agente in ogni sezione:

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$$

e cercando quindi il momento complessivo massimo.



Disegno della struttura

Viene disegnata la struttura (nel caso semplice del nostro esempio non è necessario) e vengono definiti i particolari.

Verifica

Si calcolano i coefficienti di sicurezza (a rottura e a primo snervamento), tenendo conto anche dei carichi non presi in considerazione durante il dimensionamento (ad esempio nelle strutture di tipo civile il peso proprio) e sono effettuate le altre verifiche necessarie (ad esempio la freccia massima).

Nel caso non si abbia un risultato accettabile si aumentano le dimensioni della sezione (con conseguente nuovo disegno) e si ripete la verifica.

Alberi

Sono organi, di sezione rigorosamente circolare, destinati a trasmettere principalmente un momento torcente, e di conseguenza soggetti anche a flessione rotante (in alcuni casi vi sarà anche uno sforzo normale alla sezione).

Dimensionamento.

Per il dimensionamento si utilizza una ipotesi di rottura; la più comoda è quella della tensione tangenziale massima (i materiali con cui si costruiscono gli alberi sono duttili!), trascurando l'eventuale sforzo normale.

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{\left(\frac{M_f}{W_f}\right)^2 + 4\left(\frac{M_t}{W_t}\right)^2}$$

e ricordando che $W_t = 2 W_f$:

$$\sigma_{id} = \frac{1}{W_f} \sqrt{M_f^2 + M_t^2}$$

La tensione ammissibile viene calcolata **dividendo per 10 il carico di rottura** del materiale scelto:

$$\sigma_{amm} = \frac{R_m}{10}$$

si ottiene quindi:

$$W_f = \frac{1}{\sigma_{amm}} \sqrt{M_f^2 + M_t^2} = \frac{\pi D^3}{32}$$

$$D = \left(\frac{32}{\pi \sigma_{amm}} \sqrt{M_f^2 + M_t^2} \right)^{1/3}$$

Tracciati i diagrammi dei momenti flettenti (normalmente vi sono momenti flettenti su due piani) e del momento torcente:

- si calcola il momento flettente complessivo per ogni sezione:



$$M_f = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$$

- si applica la formula

$$D = \left(\frac{32}{\pi \sigma_{amm}} \sqrt{M_f^2 + M_t^2} \right)^{1/3}$$

nelle sezioni di interesse (quelle più sollecitate di ogni tratto che si suppone a diametro costante).

Disegno della struttura

In base a quanto calcolato in precedenza viene disegnato l'albero, compresi i raggi di raccordo e le finiture superficiali; contestualmente bisogna scegliere i cuscinetti, sia per determinare il diametro dell'albero sia per valutare il raggio di raccordo degli spallamenti (riportati sul catalogo dei cuscinetti).

Verifica

Una volta disegnato l'albero e tenendo conto anche delle sollecitazioni trascurate in precedenza:

Devono essere effettuate le verifiche:

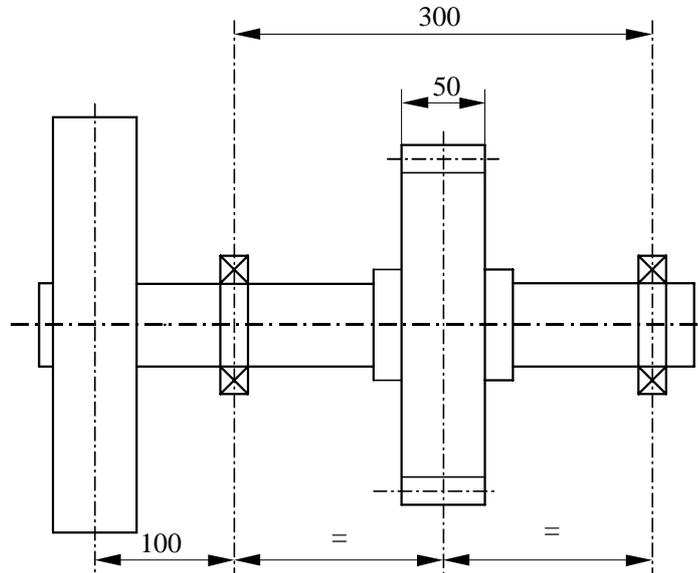
- statiche (a rottura e a snervamento)
- a rigidità (frecce e rotazioni)
- a fatica

Se l'albero non soddisfa i coefficienti di sicurezza richiesti si deve modificare l'albero o cambiare il materiale, tenendo presente che:

- cambiare materiale (nell'ambito degli acciai) non serve per problemi di rigidità;
- il miglioramento della resistenza a fatica dipende molto di più dalla forma del componente che non dal materiale utilizzato. A volte per eliminare il problema derivante da un effetto di intaglio si devono considerare soluzioni costruttive diverse (anche se normalmente più costose).

Esercizio proposto: Progetto e verifica di un albero

Si richiede il progetto e la verifica di un albero di trasmissione che riceve il moto da una ruota dentata calettata sull'albero stesso il quale trasmette il moto a una puleggia (vedere figura).



Specifiche (dati)

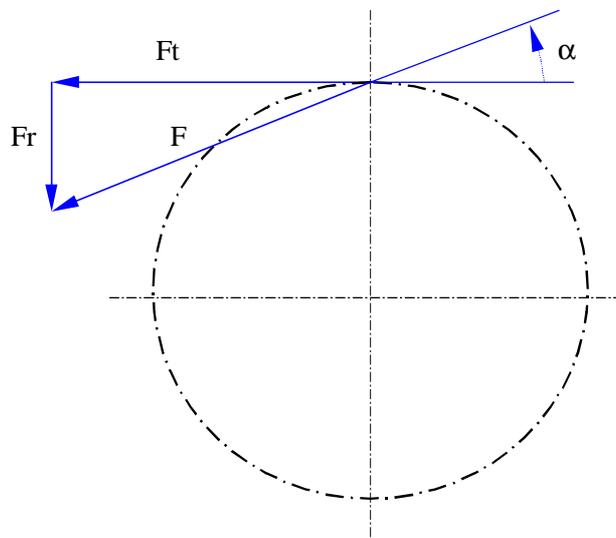
Materiale albero : C60 UNI EN 10085 $R_m=850$ MPa $R_e=580$ MPa $\sigma_D=400$ MPa

Potenza d'ingresso: $P=30$ Kw N° di giri albero: $n=500$ rpm

Ruota dentata: ruota cilindrica a denti dritti con angolo di pressione $\alpha = 20^\circ$ \varnothing primitivo: 250 mm

Puleggia: \varnothing 300 mm

Forze alla ruota dentata



Potenza = Coppia • velocità angolare

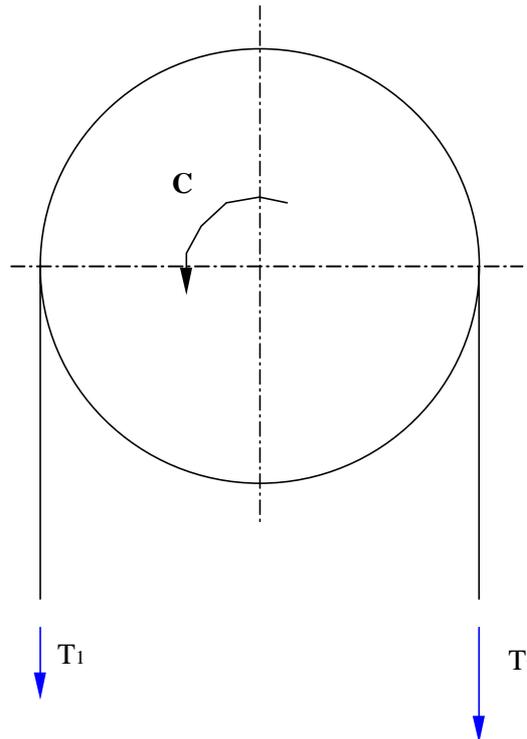
$$P = C \cdot \omega \Rightarrow C = P / \omega = 30 \cdot 10^3 / (500 \cdot 2\pi / 60) = 5.73 \cdot 10^5 \text{ Nmm}$$

$$C = Ft \cdot Dp/2 \Rightarrow Ft = C / (Dp/2) = 4.58 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$Fr = Ft \cdot \text{tg } \alpha = 4.58 \cdot 10^3 \cdot \text{tg } 20^\circ = 1.67 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$F = Ft / \cos \alpha = 4.58 \cdot 10^3 / \cos 20^\circ = 4.87 \cdot 10^3 \text{ N}$$

Forze alla puleggia



C = Momento esercitato dall'albero sulla puleggia

In questo specifico caso si supponga $T_2 = 2T_1$ (vedi meccanica applicata)

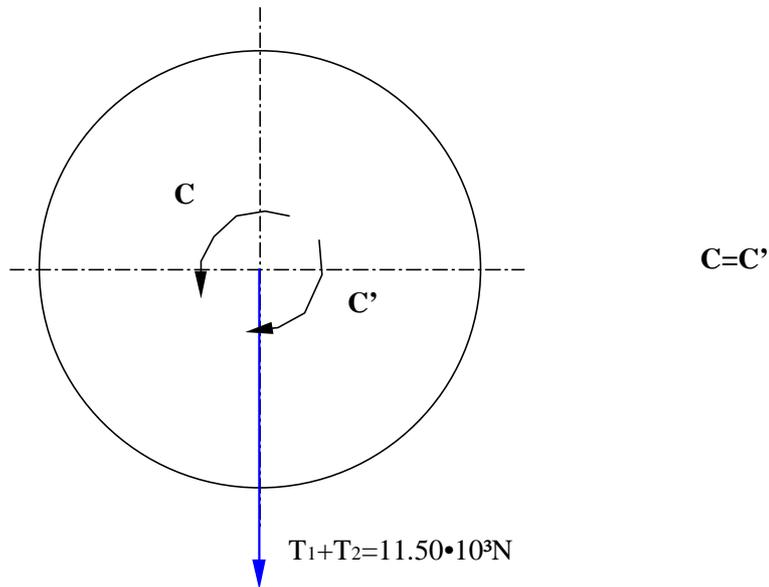
Equazione dei momenti rispetto al centro della puleggia:

$$+C + D/2 (T_1 - T_2) = 0$$

$$T_2 - T_1 = C / (D/2)$$

$$T_2 - T_2/2 = T_2 \cdot 1/2 = C / (D/2) \Rightarrow T_2 = 4C / (D/2) = 7.64 \cdot 10^3 \text{ N} \quad T_1 = 3.82 \cdot 10^3 \text{ N}$$

Sistema statico equivalente



Disegno di massima dell'albero

